

Deň otvorených dverí

Matematika mnohorozmerných dát

Lukáš Lafférs



UMBmath



umbmath

KM FPV UMB

www.lukaslaffers.com

14. Február, 2023

Tri príklady viacrozmerných dát

- Tváre
- Jedlo
- Sedemboj

Redukcia dimenzie je užitočná.

Rôznym spôsobom.

Tváre



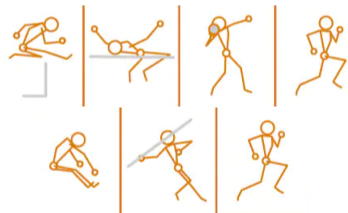
- 12000 pixelov

Jedlo



- 4 druhov živín

Sedemboj



- 7 športov

Príklad 1: tváre

Operácie s maticami

Matice môžu byť: veľké, malé, úzke, široké

Rovnako veľké matice môžeme napr. sčítať alebo odčítať.



$$\text{Smiley Face}^T = \text{Upside Down Smiley Face}$$

$$\text{Smiley Face} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \text{Upside Down Smiley Face}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \text{Smiley Face} = \text{Upside Down Smiley Face}$$

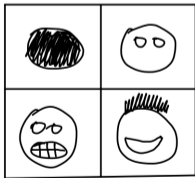
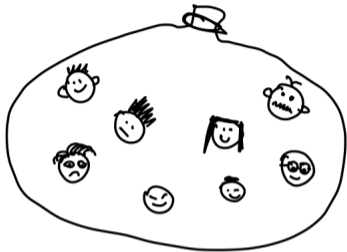
$$\left(\text{Smiley Face} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)^T = \text{Upside Down Smiley Face}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \text{Upside Down Smiley Face}^T = \text{Smiley Face}$$

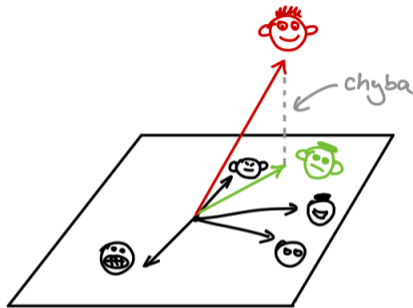
Medzi maticami vieme merať vzdialenosti

$$\| \text{😊} - \text{😊} \| = 0,01$$

$$\| \text{😊} - \text{😬} \| = 2,3$$




bázičné
tváre



$$\text{green face} = 0,3 \text{ eye shadow} + 0,9 \text{ small eyes} + 2,5 \text{ wide smile} - 0,8 \text{ simple smile}$$

$$\text{red face} = \text{green face} + \text{chyba}$$



$$[120 \times 100] \quad \text{red face} \quad \rightarrow \quad \text{green face} \quad [4 \times 1] \quad \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,9 \\ 2,5 \\ -0,8 \end{pmatrix}$$

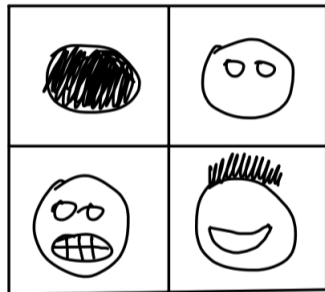
Rekonštrukcia pomocou 36 hlavných komponentov

Sample of original faces before running PCA:



Zdroj: <https://github.com/gbuesing/pca/tree/master/examples>

'Bázické tváre'



bázické
tváre

...matematika

$P = 10304$

$n = 400$

X

faces-pca\$rot

400

70304

eigenfaces

$S_i = X^T X v_i = \lambda_i v_i$ $\leftarrow p \times 1$

$XX^T u_i = \lambda_i u_i$ $\leftarrow n \times 1$ easy to get

$X^T X \boxed{X^T u_i} = \lambda_i \boxed{X^T u_i}$

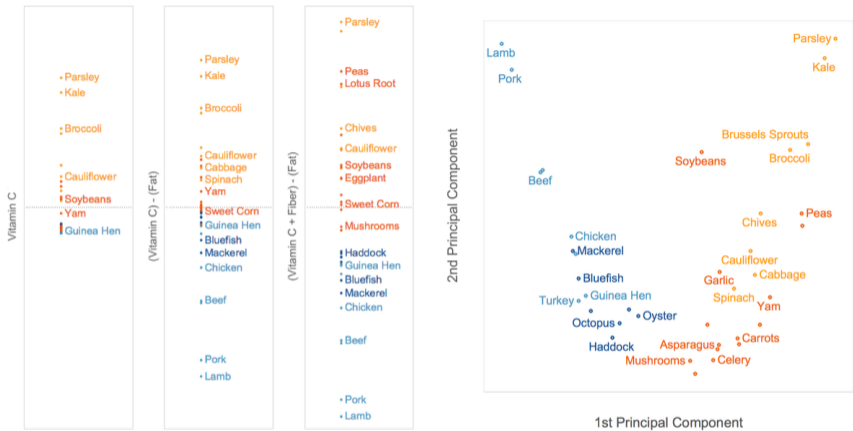
$\text{face} = \beta_0 + \beta_1 \text{eigenface}_1 + \beta_2 \text{eigenface}_2 + \beta_3 \text{eigenface}_3 + \beta_4 \text{eigenface}_4 + \epsilon$

Príklad 2: jedlo

Príklad 2: jedlo



Obr.: Zdroj: <https://www.quora.com/What-is-an-intuitive-explanation-for-PCA>



Obr.: Zdroj: <https://www.quora.com/What-is-an-intuitive-explanation-for-PCA>

Guinea Hen

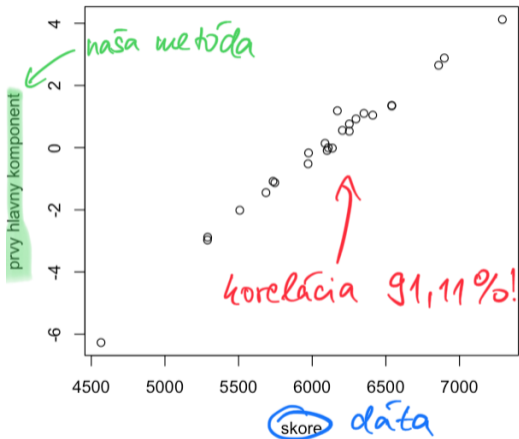


Obr.: Zdroj: wiki

Príklad 3: sedemboj

Chceli by sme tento 7 rozmerný priestor zredukovať do 1 rozmerného.

Ako veľmi bude toto číslo podobné skutočnému skóre?



- Naša metóda zredukovala 7D do 1D
- Nikdy nevidela **dáta** o nameranom skóre (!!!)
- Napriek tomu sme dostali **skoro totožné výsledky**
- Interpretácia?

Zhrnutie

Tváre



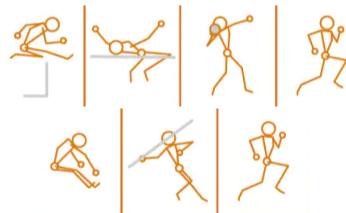
- 12000D → 36D
- úspora pamäte

Jedlo



- 4D → 2D
- vizualizácia

Sedemboj



- 7D → 1D
- porozumenie

Ďakujem za pozornosť!



KM

KATEDRA MATEMATIKY
UNIVERZITA MATEJA BELA



UMBmath



umbmath